



**MIDAS/Gen 7.0.2.**

---

**Analisi Modale con Spettro di Risposta e Time History**

# MIDAS/Gen - MIDAS/Civil

## *NOTE SU ANALISI MODALI e TIME HISTORY*

### PROBLEMI DINAMICI

#### Componenti de sistema dinamico

- Funzione forzante in input
- Tipo e comportamento del sistema
- Output o risposta

Se non vi sono forze applicate, tutto quello che può essere determinato sono le frequenze di risonanza e le relative configurazioni modali (gli autovalori e gli autovettori).

Ogni forma modale può essere trattata come un campo di spostamenti e vi si possono associare le tensioni.

Ovviamente spostamenti e tensioni a valore relativo

Se si applica una forzante, in una analisi dinamica si ricavano tutte le grandezze dell'analisi statica (spostamenti, tensioni, deformazioni) ma ad ogni passo temporale ed in più si ricavano velocità ed accelerazioni .

Le forzanti possono essere:

- periodiche
- transitorie
- random stazionarie
- random non stazionarie

## Metodi risolutivi del problema dinamico

- **analisi dinamica modale**

comporta l'estrazione delle frequenze di vibrazione proprie della struttura e delle relative configurazioni modali ( autovalori ed autovettori).

Se una struttura ha  $n$  gradi di libertà essa ha  $n$  autovalori ( $n$  frequenze di risonanza) ed  $n$  autovettori corrispondenti .

In molti casi è sufficiente la conoscenza di pochi dei primi autovalori ( $p \ll n$ )

Autovalori ed autovettori hanno una grande importanza pratica perché consentono di trattare il comportamento dinamico di una struttura come la risposta combinata di una serie di sistemi ad un solo grado di libertà, anziché di un solo, complesso sistema a più gradi di libertà.

Gli autovalori sono sempre positivi .

Se una struttura presenta  $k_1$  moti rigidi e presenta  $k_2$  condizioni di labilità gli autovalori corrispondenti  $k_1+k_2$  sono nulli

Simmetrie geometriche comportano simmetria negli autovalori

Quante più simmetrie presenta una struttura, tanto maggiore è la probabilità di presenza di radici multiple.

Alcuni metodi di estrazione degli autovalori presentano problemi nel caso di radici multiple.

L'accuratezza degli autovalori ed autovettori dipende dalla qualità delle matrici  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  ovvero dalla discretizzazione spaziale .

## METODI PER CALCOLARE AUTOVALORI ed AUTOVETTORI

Vi sono quattro formulazioni generali :

- metodi iterativi
- metodi basati su trasformazioni di ortogonalità e similarità (Jacobi, metodi QR, trasformazione Householder) – producono matrici intermedie piene
- metodi per matrici sparse : metodo dell'iterazione del sottospazio , metodo di Lanczos
- metodi basati sulla sequenza di Sturm

Lanczos è molto più rapido per sistemi a molti gradi di libertà.

Sia il metodo dell'iterazione del sottospazio, che il metodo di Lanczos presentano problemi di convergenza e possono mancare autovalori .

### *ESTRAZIONE DI AUTOVALORI in MIDAS*

1. Ritz vectors
2. Subspace iteration
3. Lanczos (Frequency range)
4. Sturm Check

## - analisi dinamica time-history lineare e nonlineare - soluzioni (passo – passo)

E' possibile calcolare la risposta nel dominio del tempo integrando direttamente le equazioni del moto senza aver preventivamente determinato autovalori ed autovettori .

Si assume che siano noti, ad un certo istante, spostamenti e velocità: si trovano quindi le accelerazioni utilizzando le equazioni del moto.

Nel metodo passo passo si assume che le accelerazioni varino secondo qualche criterio prestabilito nell'intervallo di tempo  $\Delta t$ , cosicché esse possono essere integrate per trovare le velocità e gli spostamenti all'istante  $t+\Delta t$  .

### METODI DI INTEGRAZIONE DIRETTA

- metodi espliciti

Richiedono passi temporali molto piccoli per ragioni di stabilità della soluzione.

In genere sono stabili condizionatamente

Schemi di integrazione :

- a) metodo delle differenze centrali \*\*
- b) metodo di Hilber hughes Taylor

- metodi impliciti

Generalmente richiedono passi temporali limitati dalle sole ragioni di accuratezza del risultato .

Tendono ad essere stabili incondizionatamente (almeno per problemi lineari) .

Schemi di integrazione :

- a) metodo di Newmark      \*\* il più noto ed usato
- b) metodo di Wilson
- c) metodo di Hubold

lo schema di Newmark presenta due variabili :  $\gamma - \alpha$

$\gamma = 1/2$     $\alpha = 1/4$    l'accelerazione è costante nell'intervallo Dt

$\gamma = 1/2$     $\alpha = 1/6$    l'accelerazione è variabile linearmente nell'intervallo Dt

$\gamma = 1/2$     $\alpha = 1/8$

l'accelerazione è costante nel primo semintervallo (Dt/2) con valore al tempo t ed è costante nel secondo semintervallo con valore al tempo t+Dt

## Opzioni di analisi dinamica in MIDAS

Linear Time History Analysis : modale (transiente,periodico) ,  
integrazione diretta (transiente)

NonLinear Time History Analysis : modale, integrazione diretta, statica

Time integration parameters: Newmark (constant acc. Linear, user input)

Stepsize sub-division, adaptive stepsize control

Diverse tipologie di smorzamento

Forzanti qualsiasi definibili dall'utente, sinusoidali, periodiche e non

FFT (Trasformata veloce di Fourier)

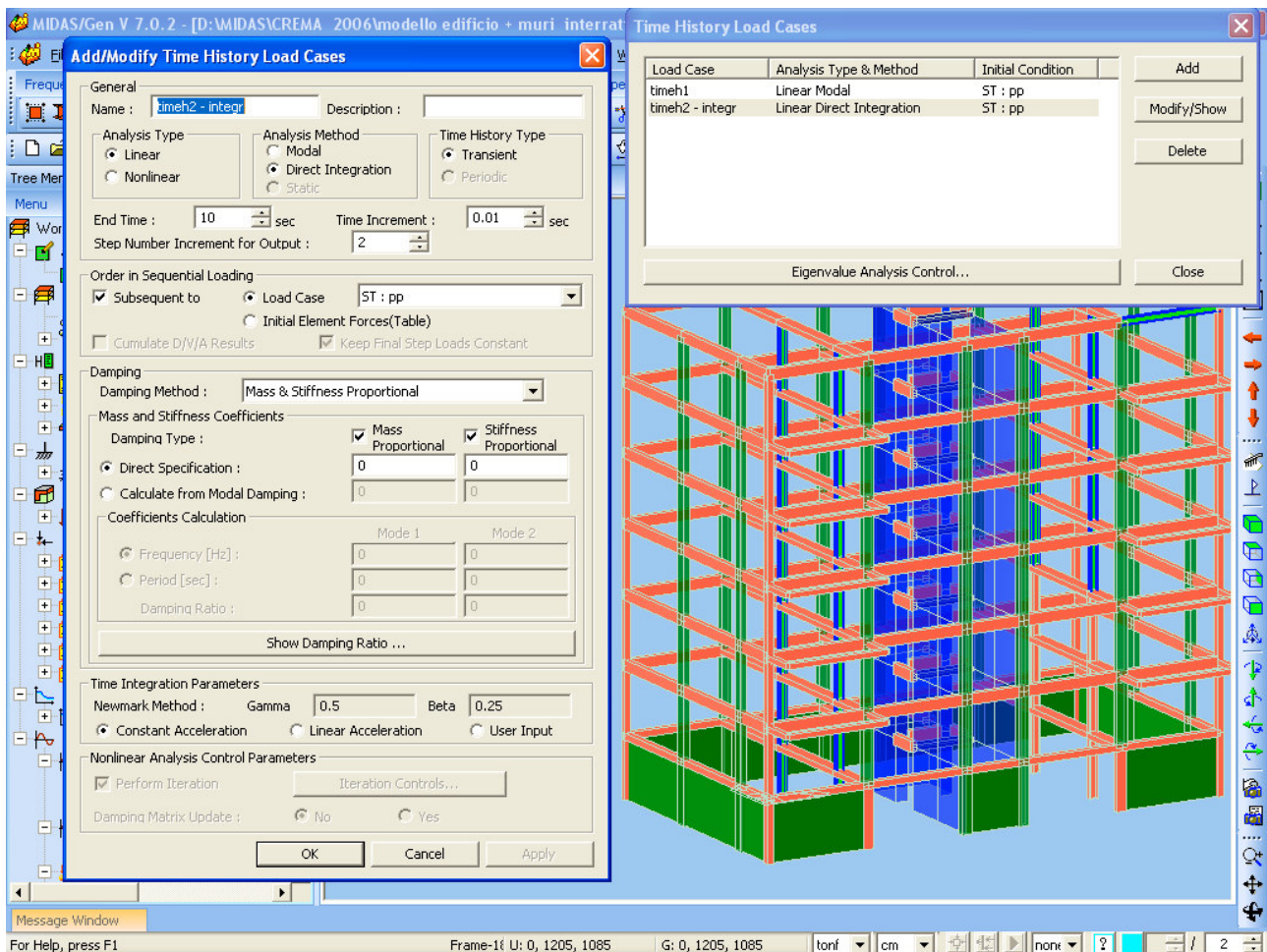
Generazione di spettri di risposta da accelerogrammi

Carichi nodali dinamici (variabili nel tempo secondo forzanti qualsiasi)

Load case (casi di carico) dinamici (variabili nel tempo secondo forzanti qualsiasi)

Multiple support excitation – applicazione di accelerogrammi sismici differenziati sui vincoli della struttura

Analisi agli autovalori (Ritz vectors, Subspace iteration, Lanczos)



## SMORZAMENTO

### Tipi di smorzamento

- smorzamento viscoso

è proporzionale alla velocità della risposta della struttura

- smorzamento del materiale : isteretico
- smorzamento alla Coulomb : attrito tra due parti della struttura che scorrono l'una sull'altra

### TIPI DI SMORZAMENTO PREVISTI IN MIDAS

- Elementi smorzanti - isolatori e smorzatori : prevedono meccanismi di smorzamento specifici
- Smorzamento proporzionale (Rayleigh)  $C = \alpha M + \beta K$

$\alpha M$  potrebbe rappresentare, seppur vagamente, lo smorzamento per radiazione da piastre sottili

$\beta K$  potrebbe essere un'approssimazione grossolana di smorzamento intrinseco del materiale

I valori di alfa e beta sono scelti in modo da assegnare l'ordine di grandezza corretto per lo smorzamento in corrispondenza di 2 frequenze

Lo smorzamento proporzionale serve per associare a ciascun modo di vibrare uno smorzamento di ordine di grandezza sufficientemente corretto

- Smorzamento modale

Lo si può applicare solo se la soluzione del problema dinamico avviene attraverso il calcolo degli autovettori.

Va molto bene se si conoscono i fattori di smorzamento associati a ciascun modo (determinati in modo sperimentale)

Se questi non sono conosciuti il modello è paragonabile allo smorzamento di Rayleigh

## L'EFFETTO DELLO SMORZAMENTO SULLA RISPOSTA

Nella maggior parte dei casi lo smorzamento è talmente piccolo che comporta modesti effetti sulla risposta : lo si può quindi valutare anche grossolanamente soprattutto sulle risposte in transitorio

Lo smorzamento ha invece un effetto importante sulla risposta nel lungo periodo: in questo caso la scelta del fattore di smorzamento va fatta con attenzione.